4) a) $g(D)=S_{(OE)}\circ f(D)$

$=S_{(OE)}(J)=A$ car $(OE)=med[AJ]$

$g(A)=S_{(OE)}\circ f(D)=S_{(OE)}(A)=J$

d'où $g\circ g(D)=J$

$g\circ g=h_{(\Omega,\cos^2\alpha)}$

$g\circ g(D)=J \Rightarrow h_{(\Omega,\cos^2\alpha)}(D)=J \Rightarrow \Omega\in(DJ)$

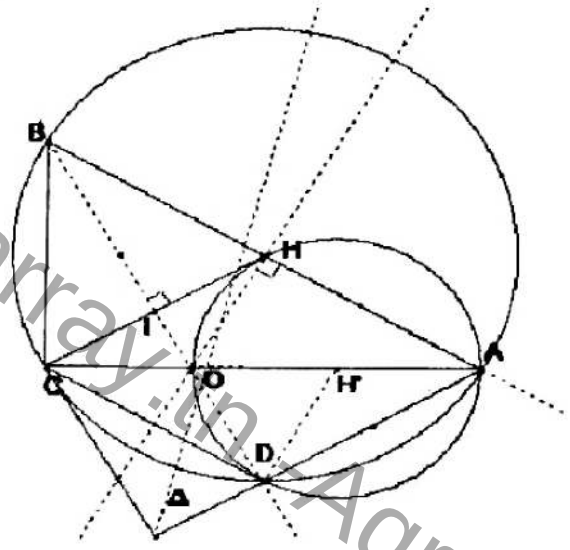
b) $g\circ g(B)=g(O)=I \Rightarrow h_{(\Omega,\cos^2\alpha)}(B)=I$

$\Rightarrow \Omega\in(BI)$

c) $\{\Omega\}=(DJ)\cap(BI)$

EX 27 :

1) a)



Ω

b) $[BO)$: bissectrice intérieure de $\widehat{ABC}$

et $\widehat{ABC}\equiv\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \boxed{\widehat{OBA}=\frac{\pi}{6}}$ (1)

$\widehat{BCA}+\widehat{CBA}+\widehat{BAC}=\pi \Rightarrow \pi+\frac{\pi}{3}+\widehat{BAO}=\pi$

$\Rightarrow \boxed{\widehat{BAO}=\frac{\pi}{6}}$ (2)

(1)+(2) $\Rightarrow$ le triangle OBA est isocéle en O

$(OH)\perp(AB) \Rightarrow (OH)=med[AB]$

comme $H\in(AB)$ alors $H=A*B$

2) $\begin{cases} f(B)=O \\ f(H)=H' \end{cases}$

a) $\frac{OH'}{BH}=\frac{\frac{1}{2}AO}{AH}=\frac{1}{2}\frac{AO}{AH}=\frac{1}{2}\frac{1}{\cos\widehat{A}}$

$=\frac{1}{2}\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\left(\overrightarrow{BH},\overrightarrow{OH'}\right)\equiv\left(\overrightarrow{HA},\overrightarrow{H'A}\right)(2\pi)$

$\equiv\left(\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AH'}\right)(2\pi)$

$\equiv\frac{\pi}{6}(2\pi)$

d'où f est de rapport $\frac{1}{\sqrt{3}}$ d'angle $\frac{\pi}{6}$

b) $H=B*A \Rightarrow f(H)=f(B)*f(A) \Rightarrow H'=O*f(A)$

$H'=O*f(A) \Rightarrow f(A)=S_{H'}(O) \Rightarrow f(A)=A$

d'où f est de centre A

3) $D\in(\Gamma') \Rightarrow (OD)\perp(AD)$

$D\in(\Gamma) \Rightarrow (BD)\perp(AD)$

d'où $(OD)\parallel(BD) \Rightarrow$ O,B et D sont alignés

b) ABC rectangle en C

$H=A*B \Rightarrow HB=HC=HA \Rightarrow HB=HC$

$\widehat{CBH}=\frac{\pi}{3}$, le triangle BCH est isocéle en H et $\widehat{B}=\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow \widehat{C}=\frac{\pi}{3}$ d'où BCH est équilatéral

• $\left(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OH'}\right)\equiv\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}\right)(2\pi)\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)$ (1)

le triangle ODA est rectangle en D et $H'=O*A$

$\Rightarrow H'O=H'D$ (2)

(1)+(2) $\Rightarrow$ ODH est équilatéral

soit $C'=f(C)$ le triangle BCH est équilatéral direct

donc son image OC'H' est équilatéral direct

comme ODH' est équilatéral direct alor C'=D

par suite f(C)=D

c) soit $I=C*H$, $I\in(BO)$ car BCH est équilatéral

$[BO)$: bissectrice de $\widehat{CBH}$

on a : $(AD)\perp(OD) \Rightarrow (AD)\perp(BD)$ or $(BO)\perp(CH)$

d'où $\boxed{(AD)\parallel(CH)}$ (1)

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn